

天府名校真题密卷数学 6 (JXJJ)

一、计算题

(1) $\frac{30444}{2023}$

(2) $\frac{56887}{1260}$

(3) $16\frac{1}{8}$

(4) 59.2

(5) 2

(6) 3

(7) 21

(8) $\frac{329}{4}$

(9) $\frac{59}{21}$

(10) 2026

(11) $\frac{49}{20}$

(12) -44

(13) 56.9

(14) 1.6

二、填空题

1、答案: $(-1)^n(n+1)^2a^{2n}$

2、答案: 3

解析:

四人比赛, 共赛 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ 场, 每场无论胜负平总分都是 2 分 (一胜一负 $2+0=2$, 平局 $1+1=2$),

所以总分是 $6 \times 2=12$ 分。甲第一最多得 6 分 (三胜), 丁最后一名最少得 0 分 (三负), 可知乙丙都是 3 分

3、答案: 178

解析:

分别研究 $2x$ 和 x^2 除以 5 的余数规律。 $2x$ 除以 5 余数以 2, 4, 3, 1 循环, 周期为 4; x^2 除以

5余数以1, 4, 4, 1, 0循环，周期为5。4和5的最小公倍数是20，在1-20这20个数中，逐一验证 $2^x + x^2$ 除以5的余数，可发现满足是5的倍数的x有4个，即每20个数中就有4个数满足条件。

项目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2^x	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1
x^2	1	4	4	1	0	1	4	4	1	0	1	4	4	1	0	1	4	4	1	0
和	3	8	7	2	2	5	7	5	3	4	4	5	6	5	3	2	6	8	4	1
余数	3	3	2	2	2	0	2	0	3	4	4	0	1	0	3	2	1	3	4	1

$888 \div 20 = 44$ (组) 8个，余下的8个数中还有2个满足条件(第6个和第8个)。

共 $44 \times 4 + 2 = 178$

4、答案：6

解析：

由： $x^2 - 5x + 1 = 0$ 可得 $x^2 = 5x - 1$ ，即 $x^2 + 1 = 5x$ ，将其代入式子化简计算即可。

把 $x^2 = 5x - 1$ 代入 $2x^2 - 9x + 3$ ，得： $2(5x - 1) - 9x + 3 = 10x - 2 - 9x + 3 = x + 1$

把 $x^2 + 1 = 5x$ 代入 $\frac{5}{x^2 + 1}$ ，得 $\frac{5}{5x} = \frac{1}{x}$

由 $x^2 - 5x + 1 = 0$ 两边同时除以 $x(x \neq 0)$ ，当 $x=0$ ， $0-0+1 \neq 0$ ，所以 $x \neq 0$ ，得 $x - 5 + \frac{1}{x} = 0$ ，即

$x + \frac{1}{x} = 5$ ，所以 $2x^2 - 9x + 3 + \frac{5}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{1}{x} = 5 + 1 = 6$

5、答案：honf；不认识（单词不常见，怀疑原题录入有误）

解析：

设 $x_1 + 2x_2 = 26k_1 + 9$ ， $3x_2 = 26k_2 + 16$ ， $x_3 + 2x_4 = 26k_3 + 23$ ， $3x_4 = 26k_4 + 15$ ，(k_i 为整数， x_j 不超过25)

由 $3x_4 = 26k_4 + 15$ ， $26k_4 + 15$ 能被3整除，符合范围只有当 $k_4 = 0$ 时， $x_4 = 5$ ；

把 $x_4 = 5$ 代入 $x_3 + 2x_4 = 26k_3 + 23$ ，得 $x_3 + 10 = 26k_3 + 23$ ，符合范围只有当 $k_3 = 0$ 时， $x_3 = 13$ ；

由 $3x_2 = 26k_2 + 16$ ， $26k_2 + 16$ 能被3整除，符合范围只有当 $k_2 = 1$ 时， $3x_2 = 26 + 16 = 42$ ，得到 $x_2 = 14$ ；

把 $x_2 = 14$ 代入 $x_1 + 2x_2 = 26k_1 + 9$ ，得 $x_1 + 28 = 26k_1 + 9$ ，符合范围只有当 $k_1 = 1$ 时， $x_1 = 7$ 。

根据26个字母对应0-25， $x_1 = 7$ 对应 h ， $x_2 = 14$ 对应 o ， $x_3 = 13$ 对应 n ， $x_4 = 5$ 对应 f ，得到单词 honf，本单词不是标准英文单词，无意义，怀疑原题录入有误。

三、解答题

1、答案：生产方案有三种，分别是生产A产品30件、B产品20件；生产A产品31件、B产品19件；生产A产品32件、B产品18件。

解析：

设生产A产品 x 件，则生产B产品 $(50-x)$ 件。根据甲、乙两种原料的限制列出不等式组。

甲原料限制： $9x+4(50-x) \leq 360$ ；乙原料限制： $3x+10(50-x) \leq 290$ 。

解不等式 $9x+4(50-x) \leq 360$ ，得到 $x \leq 32$ ；解不等式 $3x+10(50-x) \leq 290$ ，得到 $x \geq 30$ 。

因为 x 为正整数，所以 $x=30, 31, 32$ 。

当 $x=30$ 时， $50-x=20$ ；

当 $x=31$ 时， $50-x=19$ ；

当 $x=32$ 时， $50-x=18$

四、综合运用

1、答案：47

解析：

由 $x^2 - 3x + 1 = 0$, $x \neq 0$, 两边同除以 x 得 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$, 即 $x + \frac{1}{x} = 3$

两边平方： $(x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$, 所以 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

再两边平方： $(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 49$, 则 $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$

2、答案：42; 720

解析：

备注：纸质档试卷题目录入有误，不应该是大减小，而是严格的左边数的2倍减右边的数。

$$\begin{aligned} S &= 2a_1 - a_2 + 2a_2 - a_3 + 2a_3 - a_4 + 2a_4 - a_5 + 2a_5 - a_6 + 2a_6 - a_7 + 2a_7 - a_8 \\ &= 2a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 - a_8 \\ &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_1 - a_8 \end{aligned}$$

当 S 取最大值时， a_1 最大为8， a_8 最小为1，即 S 最大为 $(8+7+\dots+2)+8-1=42$

除去开头和末尾的数字是固定的，中间六个数可以自由排列，共有 $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ 种排列方式。

3、答案 (1) 19; (2)33

解析：

(1) 设 $8-x=a$, $x-3=b$, 则 $ab=3$, $a+b=(8-x)+(x-3)=5$, 根据完全平方和公式

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, 变形求解即可。

$$\text{原式} = a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \times 3 = 25 - 6 = 19$$

(2) 根据 $5-2=3$, 将 28 分解质因数成相差 3 的两因数即可。

因为 $28=4 \times 7$, 得阴影面积为 $7^2 - 4^2 = 33$

5、答案: $\frac{1}{4}$

解析:

根据旋转对称性可知, 六块阴影的面积占比是一样的, 只需要求出一个再乘以 6 即可。

假定 IE 中, 靠近 I 点的是 O 点, 靠近 E 点的是 P 点。

连接 ID , 利用风筝模型可知, $IO: OE = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} : \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 1:3 = 5:15$

连接 IF , 利用风筝模型可知, $IP: PE = 1 - \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} : \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 3:2 = 12:8$

得到 $IO: OP: PE = 5:7:8$

得到阴影部分为: $\left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{7}{20} \right) \times 6 = \frac{21}{80}$

6、答案: 60%

解析:

据题意易知, 4 月售价为 $10 \times (1+50\%) = 15$ 元; A 款销量 5 万件, B 款销量 7 万件, C 款销量 8 万件。

5 月 A 款成本变为 $10 \times (1-20\%) = 8$ 元, 销量变为 $5 \times 2 = 10$ 万件; B 款销量变为 $7+3=10$ 万件; C 款销量变为 $8 \times (1+50\%) = 12$ 万件。

利用总利润率等于销售率减 1, 即可得出:

$$[(10+10+12) \times 15] \div [10 \times 8 + 10 \times 10 + 12 \times 10] - 1 = 60\%$$

7、答案: 甲 10%; 乙 5%; 丙 15%

解析:

由题意知:

	甲	乙	丙	结果
①	1	1	1	→10%
②	2	3	0	→7%
③	0	3	2	→9%

②和③按 1:1 混合得到浓度为 8%，此时甲：乙：丙=2:6:2=1:3:1

根据①知，甲：乙：丙=3:3:3 时，可以得到浓度为 10%

可算得甲：丙=2:2（即 1:1）混合时的浓度为 $\frac{9 \times 10\% - 5 \times 8\%}{9 - 5} = 12.5\%$

再结合①可得乙的浓度为 $\frac{3 \times 10\% - 2 \times 12.5\%}{3 - 2} = 5\%$

乙浓度结合②可得甲的浓度为 $\frac{5 \times 7\% - 3 \times 5\%}{5 - 3} = 10\%$

乙浓度结合③可得丙的浓度为 $\frac{5 \times 9\% - 3 \times 5\%}{5 - 3} = 15\%$